අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2023 (2024)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2023 (2024)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2023 (2024)

ගණිතය I
கணிதம் I
Mathematics I

07 S I

## B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

**11.** (*a*) පන්තියක සිටින සිසුන් අතුරෙන්, 30 දෙනකු ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවෙහි ද, 20 දෙනකු වොලිබෝල් ක්‍රීඩාවෙහි ද, 14 දෙනකු චෙස් ක්‍රීඩාවෙහි ද යෙදේ. තව ද, 12 දෙනකු ක්‍රිකට් හා වොලිබෝල් ක්‍රීඩා දෙකෙහි ම ද, 4 දෙනකු ක්‍රිකට් හා චෙස් ක්‍රීඩා දෙකෙහි ම ද, 5 දෙනකු වොලිබෝල් හා චෙස් ක්‍රීඩා දෙකෙහි ම ද, 9 දෙනකු චෙස් ක්‍රීඩාවේ පමණක් ද යෙදෙන බව ද දී ඇත.

ක්‍රීඩා තුනෙහි ම යෙදෙන සිසුන් සංඛ්‍යාව, එක ක්‍රීඩාවකවත් නොයෙදෙන සිසුන් ගණනට සමාන නම්

(i) ක්‍රීඩා තුනෙහි ම යෙදෙන

(ii) වොලිබෝල් ක්‍රීඩාවේ පමණක් යෙදෙන

(iii) පන්තියේ සිටින

සිසුන් සංඛ්‍යාව සොයන්න.

(*b*) සත්‍යතා වගු භාවිතයෙන්,

(i) $[p \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \vee \sim q)$ සංයුක්ත ප්‍රස්තුතය පුනරුක්තියක් බව ද,

(ii) $(p \vee q) \Rightarrow r$ හා $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$ සංයුක්ත ප්‍රස්තුත තර්කානුසාරව තුල්‍ය බව ද,

පෙන්වන්න.

**12.** (*a*) **ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය** භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$$\sum_{r=1}^{n} (3r+1)(r+2) = n(n+2)(n+3)$$ බව සාධනය කරන්න.

(*b*) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{Ar+B}{(2r+1)^2(2r+3)^2}$ සහ $f(r) = \dfrac{1}{(2r+1)^2}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $A$ හා $B$ යනු තාත්ත්වික නියත වේ.

$U_r = f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි $A$ හා $B$ හි අගයන් සොයන්න.

$$\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{9} - \frac{1}{(2n+3)^2}$$ බව පෙන්වන්න.

**ඒ නයින්**, $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අභිසාරී වන බව පෙන්වා, එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

$\sum_{r=15}^{\infty} U_r$ සොයන්න.

[අවසානී පිටුව බලන්න.

**13.** (*a*) $k\,(\neq 0)$ යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් යැයි ගනිමු.

$kx^2+\sqrt{k}\,x+k-1=0$ වර්ගජ සමීකරණයට තාත්ත්වික ප්‍රභින්න මූල ඇත.

$0<k<\frac{5}{4}$ බව පෙන්වන්න.

$x=1$, මෙම සමීකරණයේ මූලයක් බව දී ඇති විට $k$ හි අගය සොයන්න.

(*b*) $p(x)=2x^3+5x^2+ax+b$ යැයි ගනිමු. $(2x+1)$ යන්න $p(x)$ හි සාධකයක් බව හා $(x+2)$ මගින් $p(x)$ බෙදූ විට ශේෂය 9 බව දී ඇත. $a$ හා $b$ හි අගයන් සොයන්න.

**ඒ නයින්**, $p(x)$ සම්පූර්ණයෙන් සාධකවලට වෙන් කරන්න.

**14.** (*a*) $x$ හි ආරෝහණ බල ඇසුරෙන් වූ $(2-x)^6$ ප්‍රසාරණයේ පළමු පද තුන සොයන්න.

**ඒ නයින්**, $(1+kx)(2-x)^6$ ප්‍රසාරණයේ $x^2$ හි පදය නොමැති වන පරිදි වූ $k$ හි අගය සොයන්න.

(*b*) රු. 500 000 ක් තැන්පත් කිරීමෙන්, වාර්ෂික $r\%$ පොලියක් මාසිකව වැල් පොලී කර ගෙවන බැංකු ගිණුමක් පුද්ගලයකු මසක ආරම්භයේ දී විවෘත කරයි. ඉන්පසු සෑම මසක ම ආරම්භයේ දී රු. $B$ මෙම පුද්ගලයා ගිණුමට බැර කරයි. රු. $A_n$ යනු $n$ වෙනි මාසය සඳහා පොලිය එකතු කළ විගස ගිණුමේ ශේෂය යැයි ගනිමු. $A_1=502500$ බව දී ඇත. $r=6$ බව පෙන්වන්න.

$$A_2=(1.005)^2A+(1.005)B \text{ හා}$$
$$A_3=(1.005)^3A+\left[(1.005)^2+1.005\right]B$$

බව පෙන්වන්න; මෙහි $A=500\,000$ වේ.

$A_6=700\,000$ වන පරිදි $B$ හි අගය සොයන්න. (පිළිතුර සුළු කිරීමට අවශ්‍ය නැත.)

**15.** $A\equiv(1,2)$ හා $B\equiv(4,5)$ යැයි ගනිමු.

$C$ යනු, $OABC$ සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය වේ; මෙහි $O$ යනු මූලය වේ. $BC$ සහ $OC$ රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න.

$C$ හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$D$ යනු $AC$ මත $AD:DC=1:2$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය වේ.

$OD$ රේඛාවේ සමීකරණය සොයා එය $AB$ හි මධ්‍යලක්ෂ්‍යයේ දී $AB$ හමුවන බව පෙන්වන්න.

$OABC$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

දික් කරන ලද $BC$ රේඛාව මත $E$ ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ, $OACE$ චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $OABC$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයට සමාන වන පරිදි ය. $E$ ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

**16.** (*a*) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{(2x^2+3x)\left(\sqrt{x^2+4}-2\right)}{x^3}$ අගයන්න.

(*b*) පහත එක එකක් $x$ විෂයයෙන් අවකලනය කරන්න.

(i) $xe^{x^2}+\dfrac{4}{x}-3$,  (ii) $(x+1)\ln(2x^2+3x+e)$,  (iii) $\dfrac{(2x^2+1)^2}{(x^3+2x)}$.

(*c*) වර්ගඵලය 64 $m^2$ වූ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර හැඩයෙන් යුත් බිම් කැබැල්ලක් වටා වැටක් සෑදීමට ගොවියෙකුට අවශ්‍යව ඇත. සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග $x$ m යැයි ගනිමු. වැටෙහි මුළු දිග $L$ m යන්න $L = 2x + \dfrac{128}{x}$ ; $x > 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

$x = 8$ විට $L$ අවම වන බව පෙන්වා, $L$ හි අවම අගය සොයන්න.

**17.** (*a*) **භින්න භාග** භාවිතයෙන්, $\displaystyle\int_2^3 \frac{1}{x(x^2-1)}\,dx$ හි අගය සොයන්න.

(*b*) **කොටස් වශයෙන් අනුකලනය** භාවිතයෙන්, $\displaystyle\int_1^2 (\sqrt{x}+1)^2 \ln x\,dx$ හි අගය සොයන්න.

(*c*) පහත වගුවෙන්, 0 හා 0.6 අතර, දිග 0.1 ක් වූ ප්‍රාන්තරවල දී $x$ හි අගයන් සඳහා $f(x) = \dfrac{2\sqrt{x}}{x^4+1}$ යන ශ්‍රිතයෙහි අගයන් දශමස්ථාන තුනකට නිවැරදිව දෙයි:

| $x$ | 0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 | 0.632 | 0.893 | 1.087 | 1.233 | 1.331 | 1.371 |

**සිම්සන් නීතිය** භාවිතයෙන්, $y = f(x)$, $x = 0.6$ හා $y = 0$ වක්‍රවලින් ආවෘත වූ පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.

* * *